

Właściwości reologiczne

4.1. Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z pojęciem reologii oraz właściwościami reologicznymi a także testami reologicznymi.

4.2. Wstęp teoretyczny:

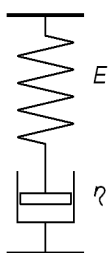
4.2.1 Testy reologiczne

Właściwości reologiczne (lepko-sprężyste), jak i cała reologia, opisują zachowanie się ciał poddanych naprężeniom, które to zachowania wymykają się opisowi modeli ciał idealnie sprężystych (ciała Hooke'a), idealnie lepkich (płyny Newtonowskie) czy ciał idealnie plastycznych (ciała Saint-Venanta). Ściśle mówiąc reologia zaczyna się tam, gdzie kończy klasyczna mechanika.

Prezentowanie właściwości reologicznych przez materiał wykazywane jest na podstawie testów reologicznych, przeprowadzanych zarówno przy użyciu wielofunkcyjnych reometrów czy maszyn wytrzymałościowych jak i prostych urządzeń pomiarowych służących do pomiaru tylko jednej właściwości (np. konsystometry).

Efekt standardowych testów reologicznych są wykresy obrazujące takie zjawiska jak **relaksacja naprężeń** w materiale poddanym stałemu odkształceniu, **pełzanie** - czyli wzrost odkształcenia wywołanego stałym naprężeniem normalnym działającym na ciało, czy w przypadku płynów - wykres zależności siły ścinania materiału od szybkości ścinania. Zjawiska te opisują (odzworowują) odpowiednie modele, które buduje się odmiennie tak dla różnych materiałów, jak i różnych zjawisk dotyczących danego materiału.

4.2.2 Model Maxwella



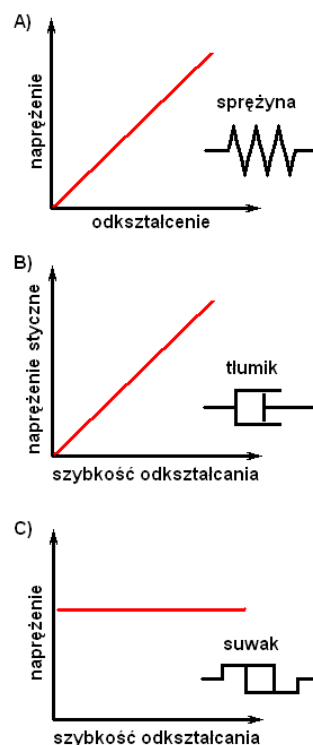
Rys.4.2: Ideowy schemat modelu Maxwella.

Zjawisko relaksacji naprężeń opisać można wykorzystując tzw. **model Maxwella**, który jest szeregowym połączeniem prostego modelu odzworowującego materiał idealnie sprężysty (sprężyna) oraz modelu właściwego materiałom idealnie lepkim (tłumik). Schemat tego modelu przedstawia rysunek 4.1. Konfiguracja taka umożliwi zastosowanie równania (15), które opisuje zachowanie się materiału, w którym następuje relaksacja naprężeń.

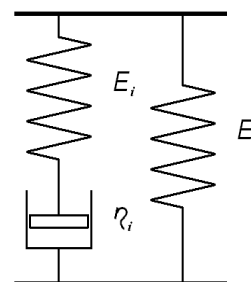
$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau_R}\right)} \quad \text{lub:} \quad \sigma(t) = \varepsilon_0 \cdot E \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau_R}\right)}, \quad \tau_R = \frac{\eta}{E} \quad (15)$$

- gdzie:
- $\sigma(t)$ – naprężenie w chwili t [Pa],
 - σ_0 – naprężenie początkowe [Pa],
 - ε_0 – zadane odkształcenie względne [-],
 - t – czas [s],
 - τ_R – czas relaksacji [s],
 - E – moduł sprężystości wzdłużnej [Pa],
 - η – lepkość dynamiczna [Pa·s]

Jednak taki prosty model Maxwella, wymaga skomplikowania, by zwiększyć jego dopasowanie do rzeczywistości. W tym celu łączy się go równolegle z dodatkowym elementem sprężystym (Rys. 4.2). Jednak



Rys.4.1: Zachowanie ciał idealnych: A) Hooke'a, B) Newtona, C) Saint-Venanta



Rys.4.3: Postać wyjściowa uogólnionego modelu Maxwella.

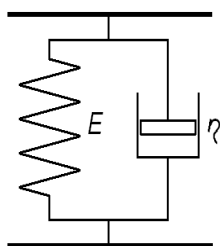
gdy odwzorowanie takim modelem zjawiska relaksacji naprężeń w materiale wciąż nie jest dostateczne, wprowadza się kolejne elementy złożone z pojedynczych modeli Maxwella, aż do uzyskania zadowalającego efektu. Wówczas mamy do czynienia z uogólnionym modelem Maxwella, który opisuje równanie (16):

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 \cdot \left(\sum_{i=1}^n E_i \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau_i}\right)} + E_0 \right) \quad (16)$$

4.2.3 Model Kelvina-Voigta

Matematyczny opis drugiego z podstawowych zjawisk reologicznych, jakim jest pełzanie, możliwy jest na podstawie modelu Kelvina-Voigta, ideowo przedstawionego na Rys.4.3., zaś matematycznie – przez równanie (17):

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left(1 - e^{\frac{-E}{\eta} \cdot t} \right) \quad (17)$$



Rys.4.4: Ideowy schemat modelu Kelvina-Voigta.

Naturalnie, dwu-elementowy model Kelvina-Voigta jest zbyt prosty by opisać rzeczywiste materiały biologiczne. Dlatego, tak jak to ma miejsce w przypadku modelu Maxwella, do prostego modelu Kelvina-Voigta dodaje się kolejne elementy, aż do uzyskania zadowalającej dokładności odwzorowania. Uogólnioną postać tak wzbogacanego modelu Kelvina-Voigta przedstawia Rys.4.4, zaś jego odwzorowanie matematyczne – równanie (18):

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \cdot \left(\frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \cdot \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{\tau_i}\right)} \right) + \frac{1}{\eta_0} \right) \quad (18)$$

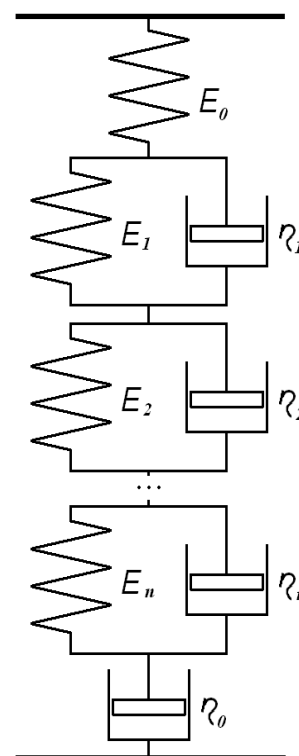
W praktyce sprawdza się już model Kelvina-Voigta z dołączonymi dwoma elementami: sprężystym i tłumiącym, będący niczym innym jak połączenie modelu Kelvina-Voigta z modelem Maxwella, określanym mianem modelu Burgersa.

4.2.4 Estymacja nieliniowa

Estymacja nieliniowa polega na odkryciu i jak najlepszym dopasowaniu matematycznej zależności pomiędzy zmienną niezależną (lub zmiennymi niezależnymi) a zmienną zależną. Zmiennymi tymi mogą być np. dowolne wielkości fizyczne o znanym powiązaniu ze sobą, lub zupełnie ze sobą nie związane (w tym i te o dopiero poszukiwanym powiązaniu fizycznym). Tak więc i sama estymacja może mieć dwojaki przebieg: pierwszy - gdy matematyczny charakter zależności fizycznej jest znany a zadanie polega tylko na wyznaczeniu parametrów równania opisującego tę zależność (taka sytuacja dotyczy może np. jednego z powyższych modeli), drugi – gdy do wyznaczenia jest cała postać równania niekoniecznie posiadająca sens fizyczny, ale za to dopasowana do danych wyjściowych.

Znając zatem ogólną postać zależności posiadającą sens fizyczny (tak jak w przypadku powyższych modeli reologicznych) oraz dysponując danymi empirycznymi (tj. punktami rzeczywistego przebiegu tej zależności), można określić dokładną postać tego równania za pomocą estymacji nieliniowej, wyznaczając dzięki niej dokładne wartości współczynników w nich występujących.

Podstawową metodą estymacji nieliniowej jest **metoda najmniejszych kwadratów**, polegająca na poszukiwaniu takich wartości współczynników równania, przy których zminimalizowana zostaje odległość jak największej liczby punktów, przedstawiających rzeczywistą zależność pomiędzy zmiennymi tego równania od przebiegu wyznaczanej funkcji. Polega ona zatem na **optymalizacji** sumy kwadratów tych odległości, która to suma jest w tym wypadku funkcją celu tej optymalizacji.



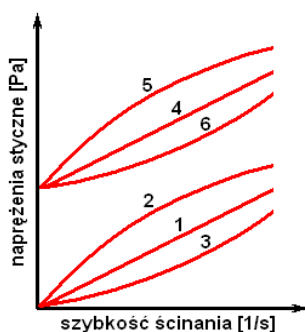
Rys.4.5: Ideowy schemat uogólnionego modelu Kelvina-Voigta

4.2.5 Ciecze newtonowskie i nienewtonowskie

Ciecze, podporządkowujące się prawu Newtona, które głosi, że naprężenia styczne w płynie są wprost proporcjonalne do prędkości ścinania (patrz Rys.4.1:B) nazywamy cieciami newtonowskimi, wszystkie inne cieciami nienewtonowskimi. Prawo Newtona opisuje równanie (16).

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma} \quad (16)$$

gdzie: τ - naprężenia styczne (ścinające) [Pa],
 η - wsp. proporcjonalności - **lepkość dynamiczna** [Pa·s],
 $\dot{\gamma}$ - szybkość ścinania [s^{-1}],



Rys.4.6: Krzywe płynięcia:

- 1 – ciecz newtonowska,
- 2 – ciecz pseudoplastyczna,
- 3 – ciecz dylatacyjna,
- 4:6 – ciecze plastycznolepkie.

Wykres naprężeń ścinających w funkcji szybkości ścinania nazywa się **krzywą płynięcia**. Poza cieciami newtonowskimi, których krzywa płynięcia ma charakter zbliżony do linii prostej rozpoczynającej się w punkcie (0,0), w zależności od kształtu rozróżniamy: **ciecze dylatacyjne** (zagęszczane mieszaniem), **ciecze pseudoplastyczne** (rozrzedzane mieszaniem). Natomiast ciecze, których krzywa płynięcia rozpoczyna się w innym punkcie niż początek układu współrzędnych ($\tau_0 > 0$) określamy jako ciecze z granicą płynięcia (**plastycznolepkie**).

Warto wspomnieć, że tangens kąta nachylenia krzywej płynięcia do osi odciętych w danym punkcie, odpowiada swą wartością lepkości dynamicznej tego płynu. W przypadku cieczy pseudoplastycznych oraz dylatacyjnych nachylenie względem osi odciętych zmienia się wraz ze wzrostem szybkości ścinania, więc ich lepkość również się zmienia i zależy także od szybkości ścinania.

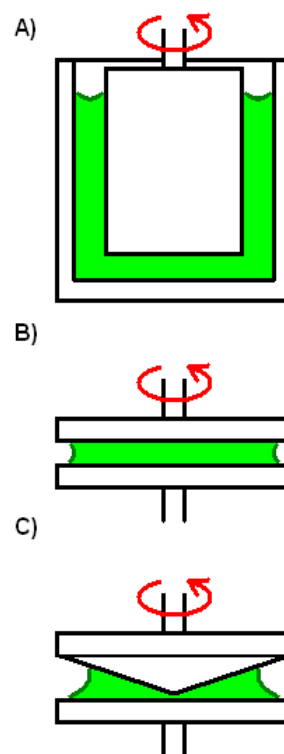
Wykres krzywej płynięcia sporządzić można na podstawie pomiarów wykonanych przy użyciu reometrów rotacyjnych opisanych poniżej.

4.2.6 Reometria płynów

Właściwości reologiczne płynów wiążą się z oddziaływaniem na nie, lub w ich obrębie naprężeń stycznych, z którymi wiążą się z kolei przepływy tych płynów. Z tego powodu pomiarów właściwości reologicznych cieczy dokonuje się tylko na płynach przepływających.

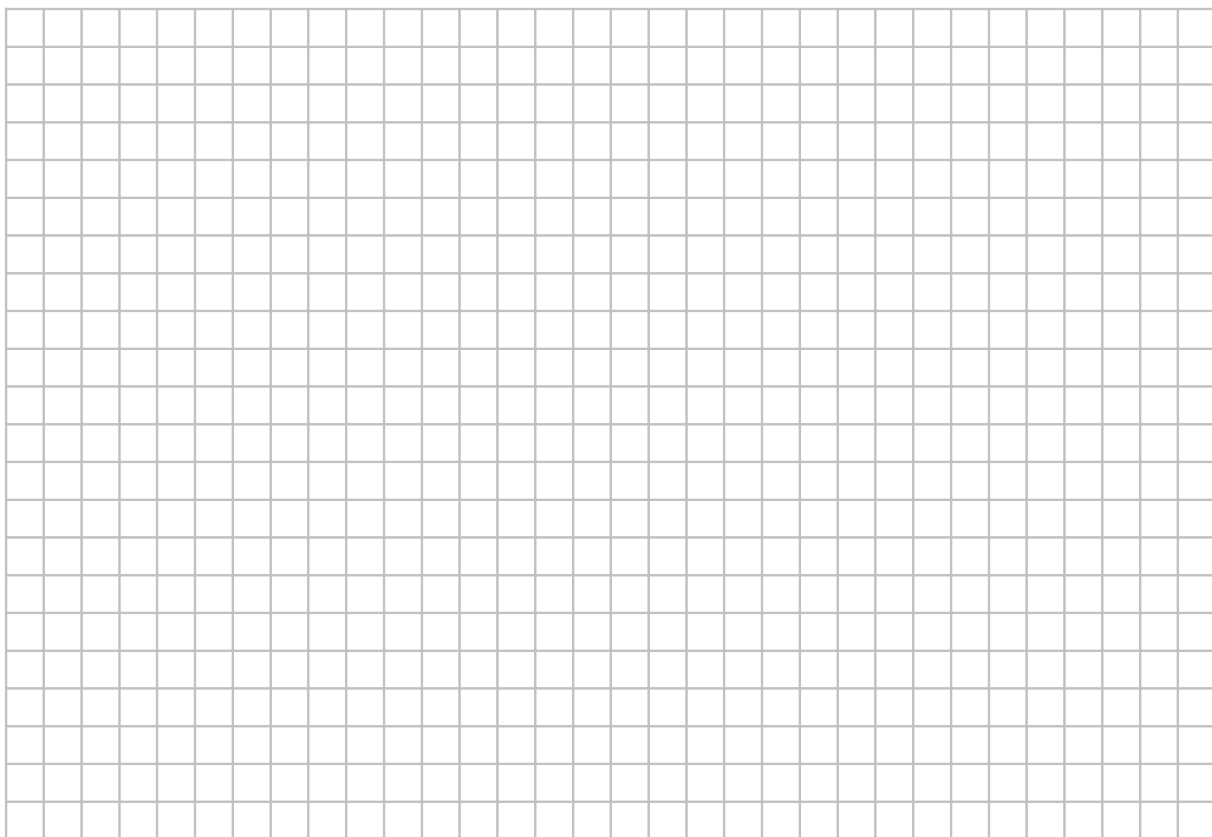
Metody pomiarów parametrów reologicznych dzielą się na **metody wiskozymetryczne** i **metody rotacyjne**, jednakże nie wszystkie płyny można badać obiema tymi metodami. Metody wiskozymetryczne mają jednak zastosowanie tylko do niektórych rodzajów cieczy (tych w których nie powstają naprężenia normalne) i to często w ograniczonym zakresie pomiarowym. Znacznie bardziej wszechstronne są metody rotacyjne wykorzystujące **reometry rotacyjne** o szerokim zakresie wykorzystywanych naprężeń ścinających.

Reometry rotacyjne są to urządzenia pozwalające na pomiar sił oporu powstających w płynie, na który z zadaną szybkością oddziałują wirujące elementy układu pomiarowego, wywołujące powstawanie naprężeń stycznych.



Rys.4.7: Układy stosowane w reometrach rotacyjnych:
A) układ cylindryczny,
B) układ dwóch płytek,
C) układ stożek-płytki;

4.6. Wykres



Rys.5.4: Wykres naprężeń stycznych w funkcji gradientu prędkości ścinania dla obu cieczy: $\tau = f(\gamma)$.