

Fizyczne właściwości materiałów rolniczych

Właściwości reologiczne
(lepko-sprężyste)

TRiL 1 rok

Stefan Cenkowski (UoM Canada)

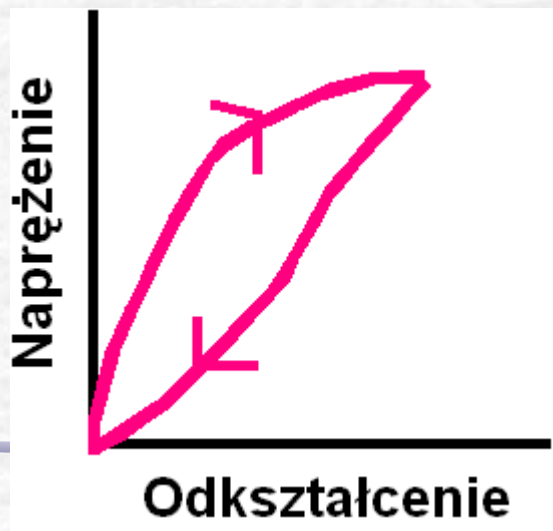
Marek Markowski

Katedra Inżynierii Systemów

Reologia (Lepko-sprężystość)

Naprężenia, Odkształcenia, Czas

- Moduły sprężystości (E , G , K) zależą także od temperatury oraz wartości naprężeń
- W tym przypadku mówi się o nieliniowej lepko-sprężystości (odkształcenie jest wtedy zwykle nieodwracalne po zdjęciu obciążenia, z wyjątkiem materiałów gumo-podobnych)



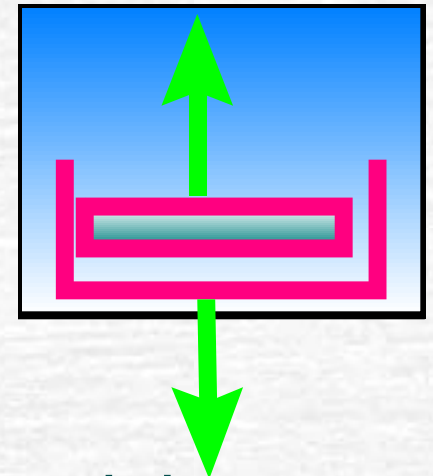
Brak ogólnej teorii

Przyjmuje się założenia upraszczające i stosuje teorię liniowej lepko-sprężystości (nasiona soi)

Modele mechaniczne

Są wykorzystywane do wyjaśniania reologicznego zachowania liniowych lepko-sprężystych materiałów

- Dwa podstawowe elementy mechaniczne :
 - Sprężyna opisana prawem Hooke'a



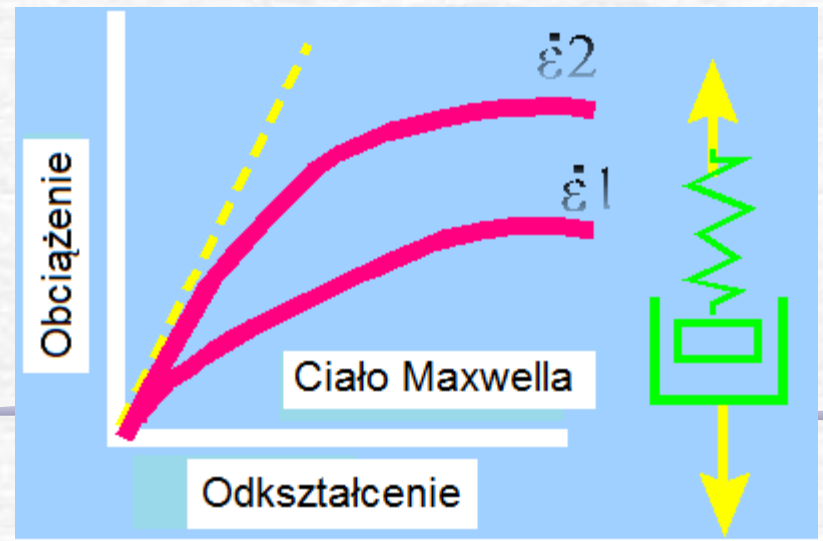
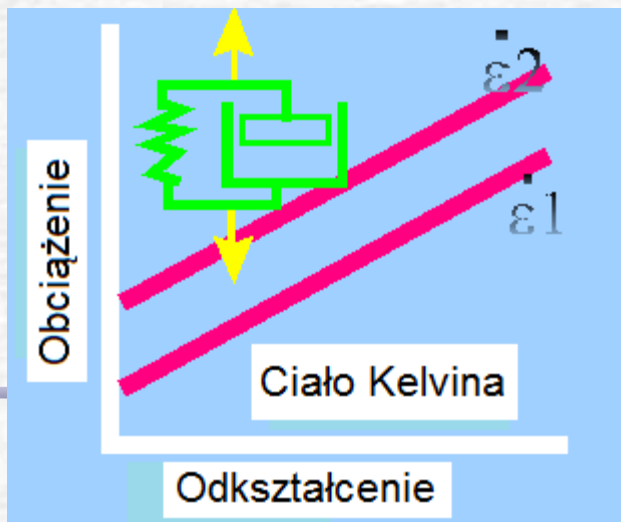
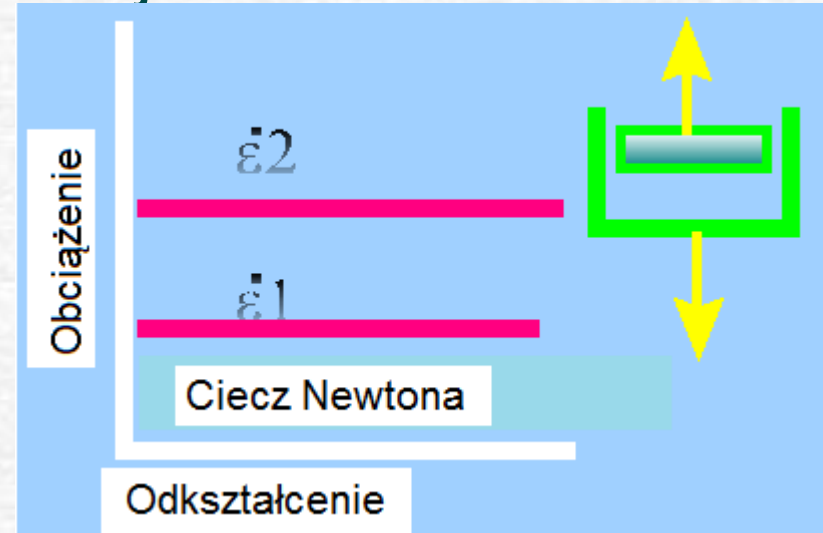
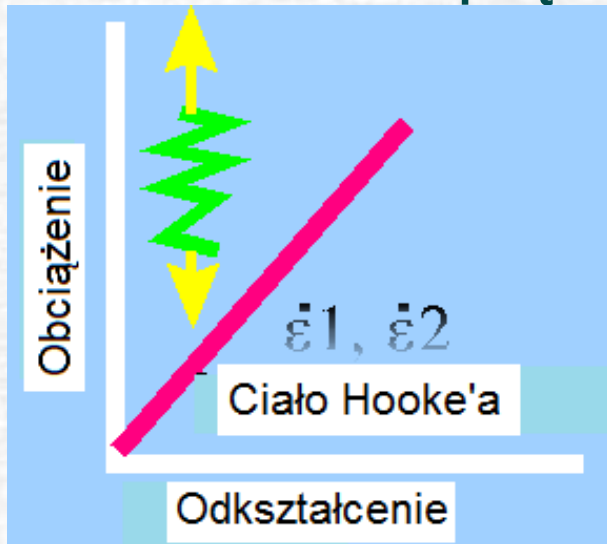
- Tłumik z płynem Newtona

Podstawowe kombinacje tych elementów dają:

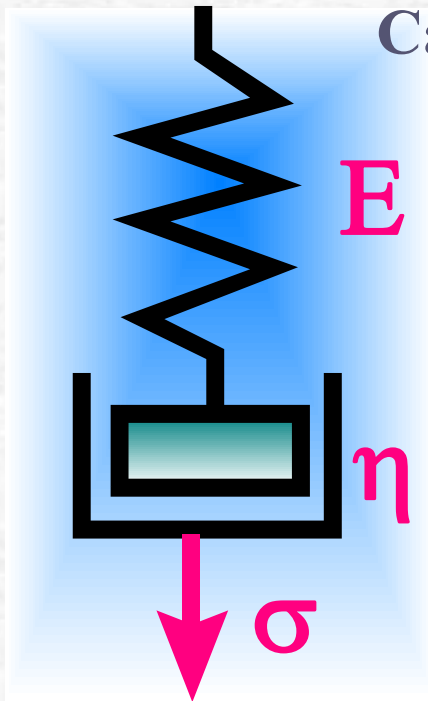
Model Kelvina i Model Maxwella

Cztery podstawowe modele:

Wpływ szybkości odkształceń na przebieg zmian naprężeń w funkcji odkształceń:



Model Maxwella



Całkowite odkształcenie:

$$\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_v$$

Po zróżniczkowaniu:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_s + \dot{\varepsilon}_v$$

i wstawieniu:

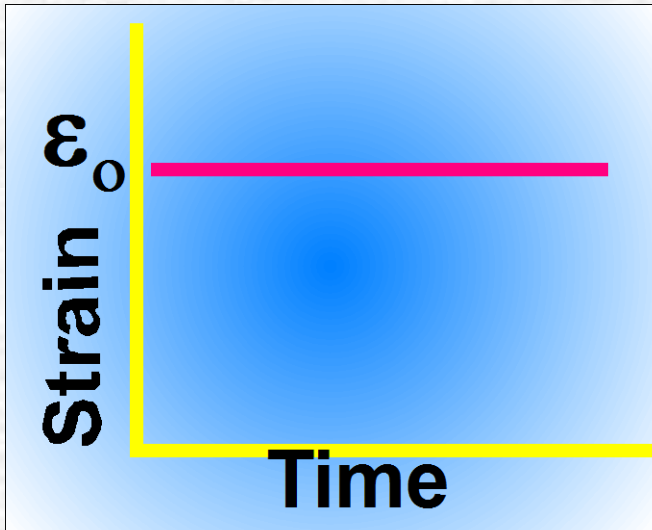
$$\dot{\varepsilon}_s = \frac{\dot{\sigma}}{E}$$

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{\sigma}{\eta}$$

Równanie różniczkowe opisujące szybkość odkształceń Model Maxwella:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta}$$

Model Maxwella - relaksacja naprężeń



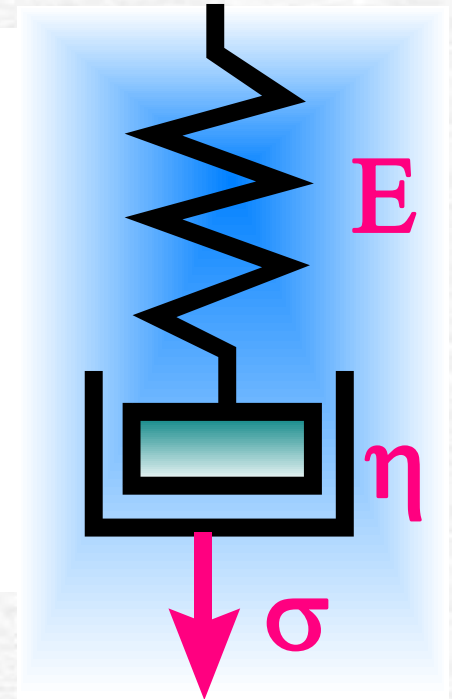
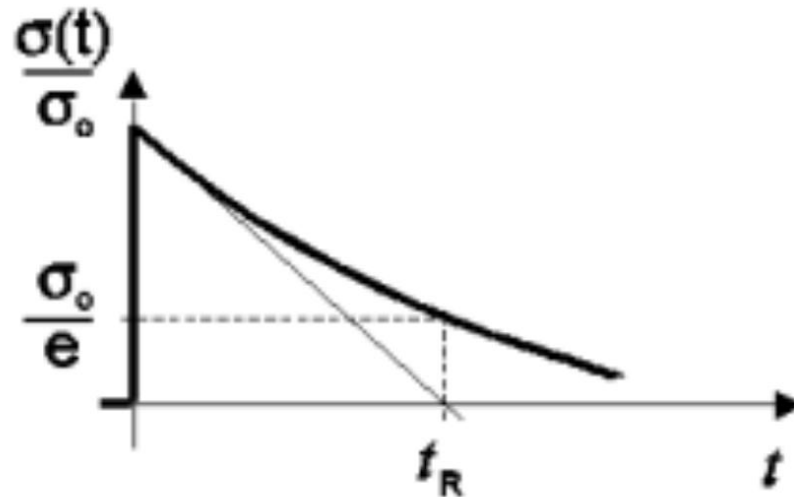
Pochodna czasowa: $\dot{\epsilon}=0$

Czas relaksacji: $T_{rel} = \frac{\eta}{E}$

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta}$$

$$0 = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad /E \quad \longrightarrow \quad \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{T_{rel}} = 0$$

Model Maxwella - relaksacja naprężeń

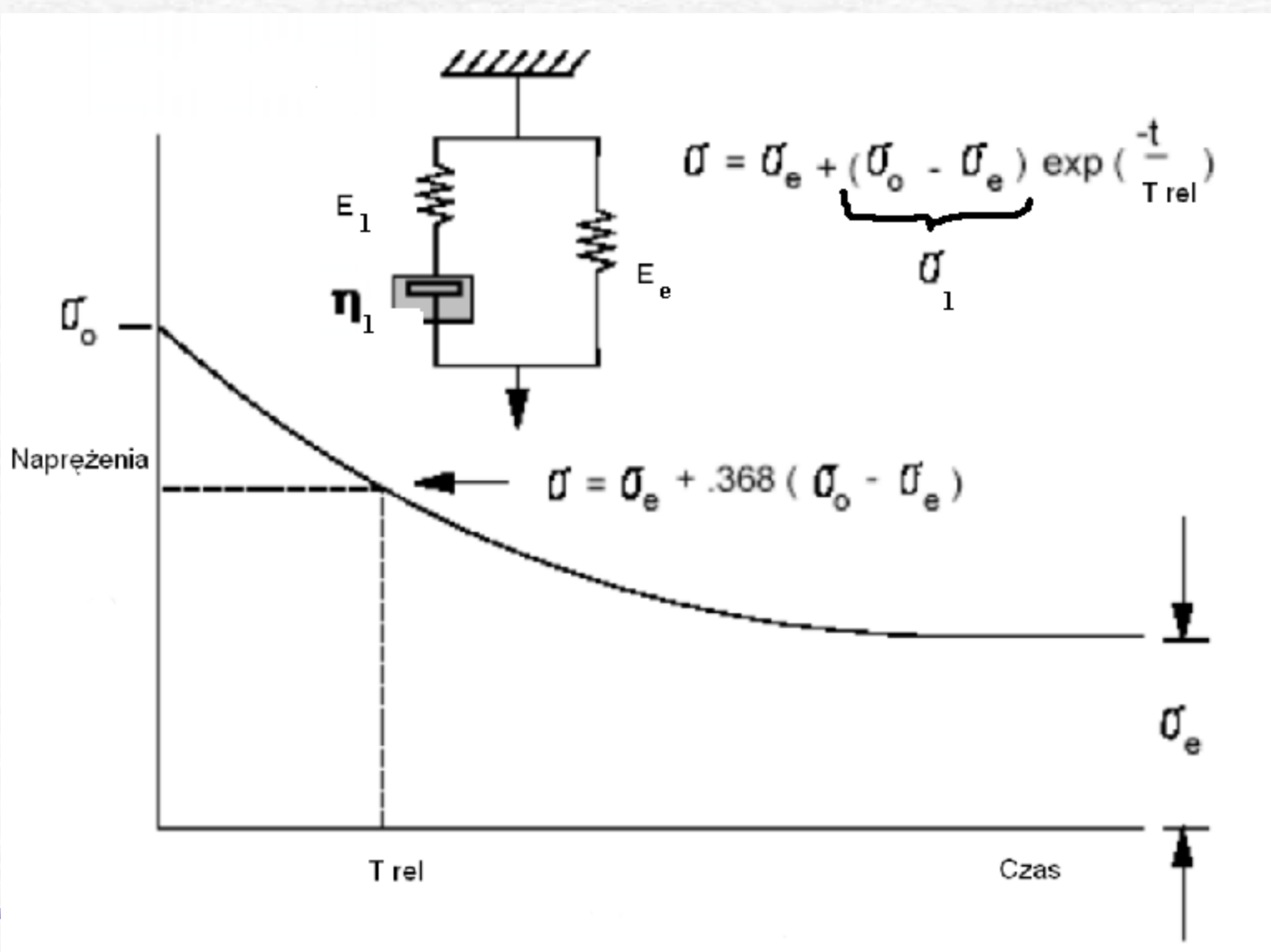


$$\sigma(t) = \sigma(0) \exp[-t/t_R]$$

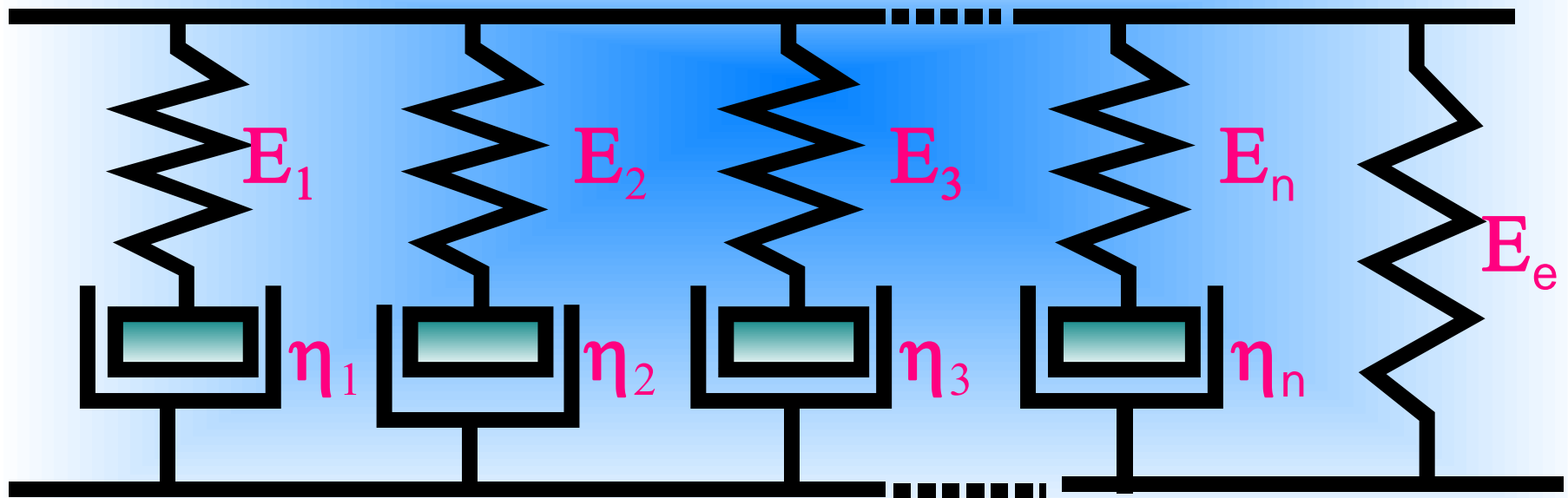
$\eta / E = t_R$ stała ta nosi nazwę czasu relaksacji

$$\sigma(t_R) = \sigma(0) / e \approx 0.37 \sigma(0)$$

Model Maxwella - relaksacja naprężeń



Uogólniony model Maxwella - relaksacja



$$\sigma(t) = \varepsilon_0 \left(E_1 e^{-t/T_1} + E_2 e^{-t/T_2} + \dots + E_n e^{-t/T_n} + E_e \right)$$

$$T_i = \eta_i / E_i$$

Model Pelega i Normanda (1983) - relaksacja

Są dwie zasadnicze trudności:

1. Przy dużych odkształceniach pojawiają się efekty nieliniowe
2. W materiale biologicznym trudno osiągnąć stan równowagi

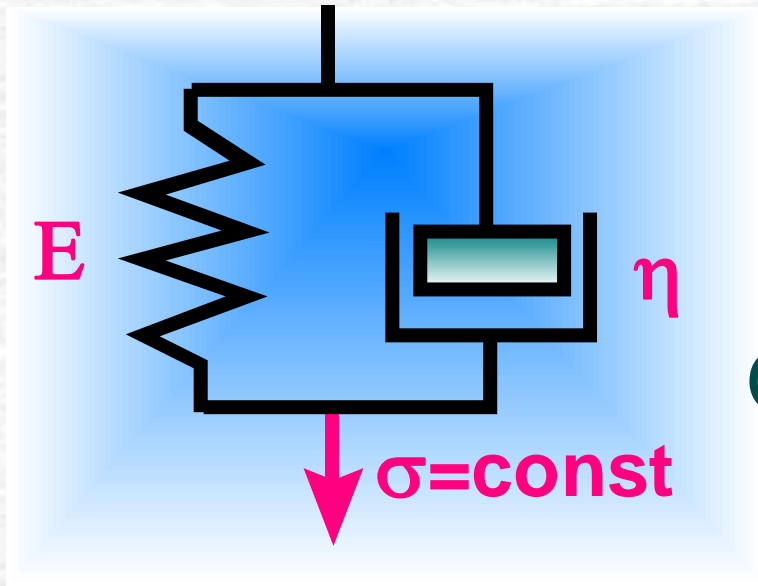
Zatem zamiast modelu Maxwella model Pelega:

$$\frac{\sigma_0 t}{\sigma_0 - \sigma} = k_1 + k_2 t$$

Gdzie:

1. σ_0 – naprężenie początkowe
2. k_1 = początkowa szybkość zaniku naprężeń
3. k_2 = hipotetyczna, asymptotyczna wartość znormalizowanego naprężenia (siły)

Model Kelvina



Naprężenia:

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_v$$

Odształcenia:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_s = \varepsilon$$

Ponieważ:

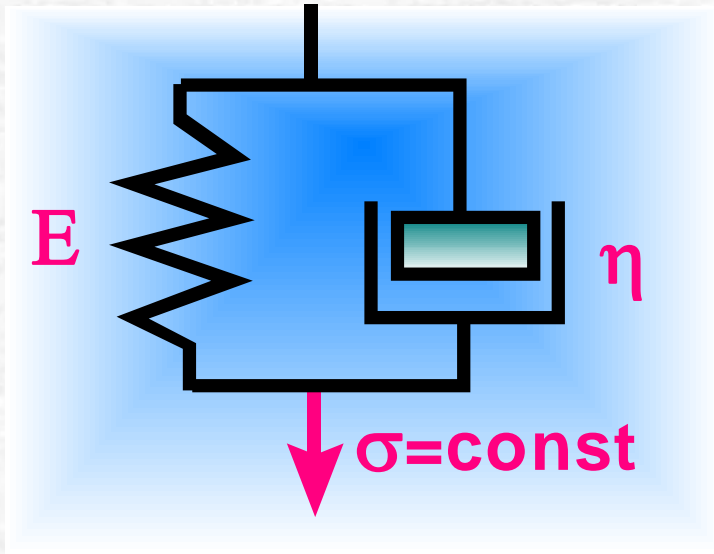
$$\sigma_s = E \varepsilon_s; \quad \sigma_v = \eta \dot{\varepsilon}_v$$

$$\sigma = E \varepsilon + \eta \dot{\varepsilon} \quad /:E$$

$$\frac{\sigma}{E} = \varepsilon + T_{\text{ret}} \dot{\varepsilon}$$

Czas
retardacji: $T_{\text{ret}} = \frac{\eta}{E}$

Model Kelvina c.d. - pełzanie



$$\frac{\sigma}{E} = \varepsilon + T_{\text{ret}} \dot{\varepsilon}$$

Różniczkowanie:

$$\frac{\dot{\sigma}_0}{E_0} = \dot{\varepsilon} + T_{\text{ret}} \ddot{\varepsilon}$$

Zatem:

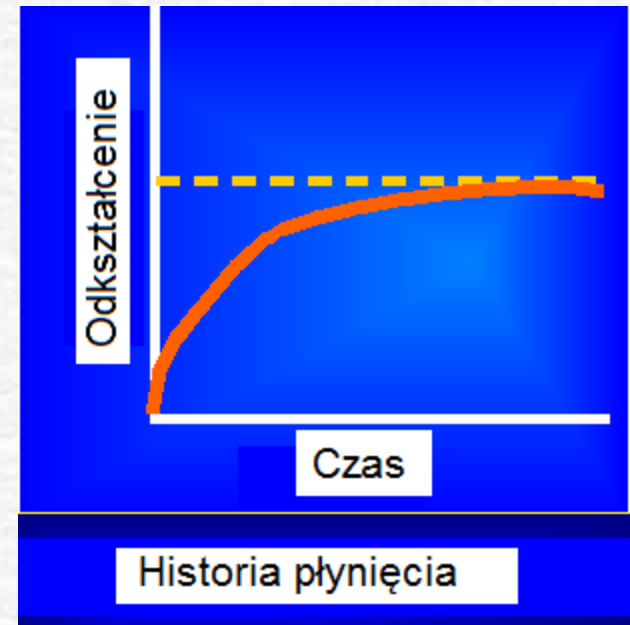
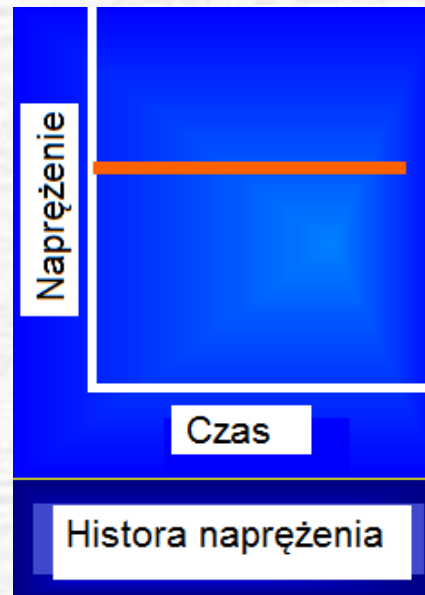
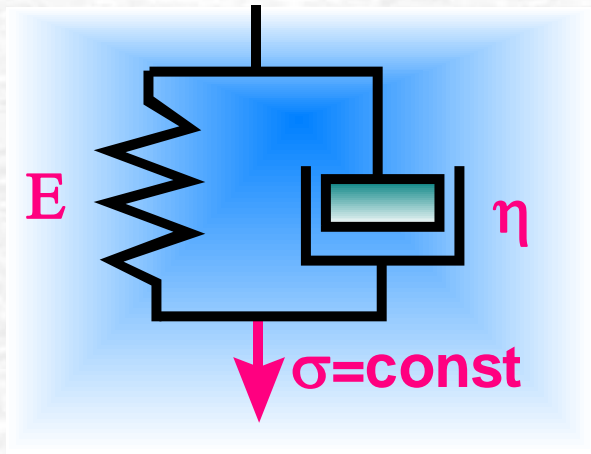
$$T_{\text{ret}} \ddot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon} = 0$$

Po scałkowaniu:
$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} + \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_0}{E} \right) \exp(-t/T_{\text{ret}})$$

Model Kelvina c.d.

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} + \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_0}{E} \right) \exp(-t/T_{\text{ret}})$$

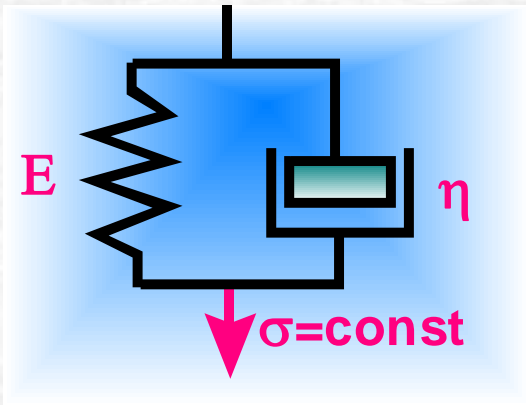
Dla warunków: $\sigma_0 = \text{const}$ and $\varepsilon_0 = 0$



$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - \exp(-t/T_{\text{ret}}) \right)$$

Model Kelvina c.d. - pełzanie

Czas późnienia = czas potrzebny dla wzrostu odkształcenia do 63% jego całkowitej wartości.



$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - \exp(-t/T_{\text{ret}}) \right)$$

For: $t=0$

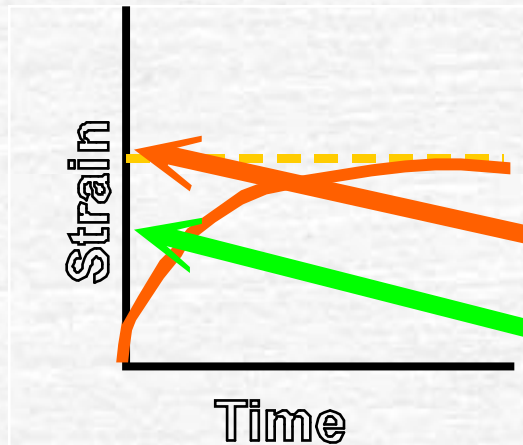
$$\varepsilon = \varepsilon_0 = 0$$

For: $t=\text{inf}$

$$\varepsilon = \sigma_0/E$$

For: $t=T_{\text{ret}}$

$$\varepsilon = \sigma_0/E(1-e^{-1})$$



100% value

63% value

$$(1-e^{-1})$$

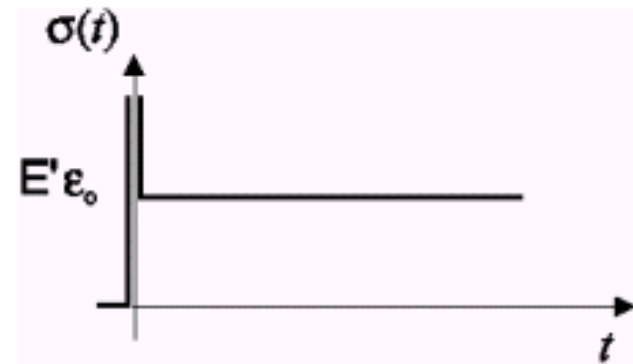
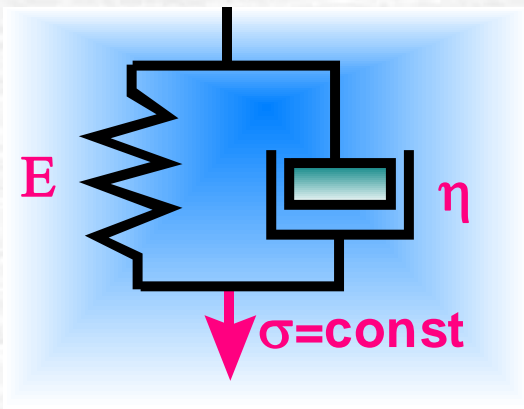


0.63

Creep characteristic

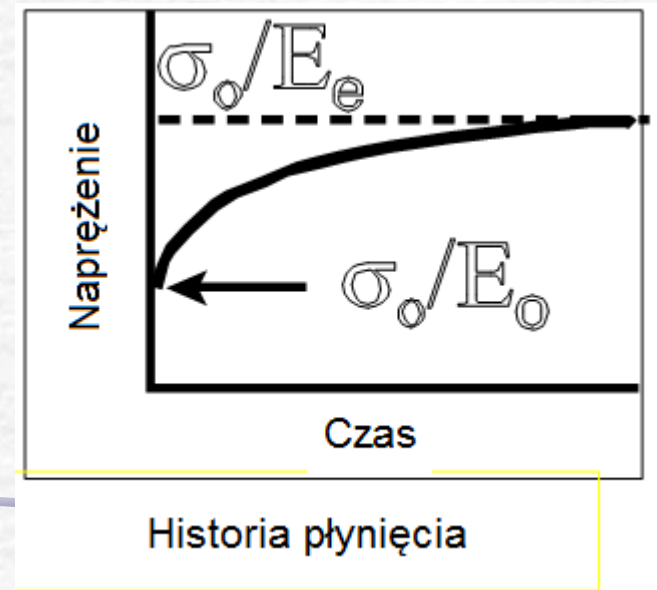
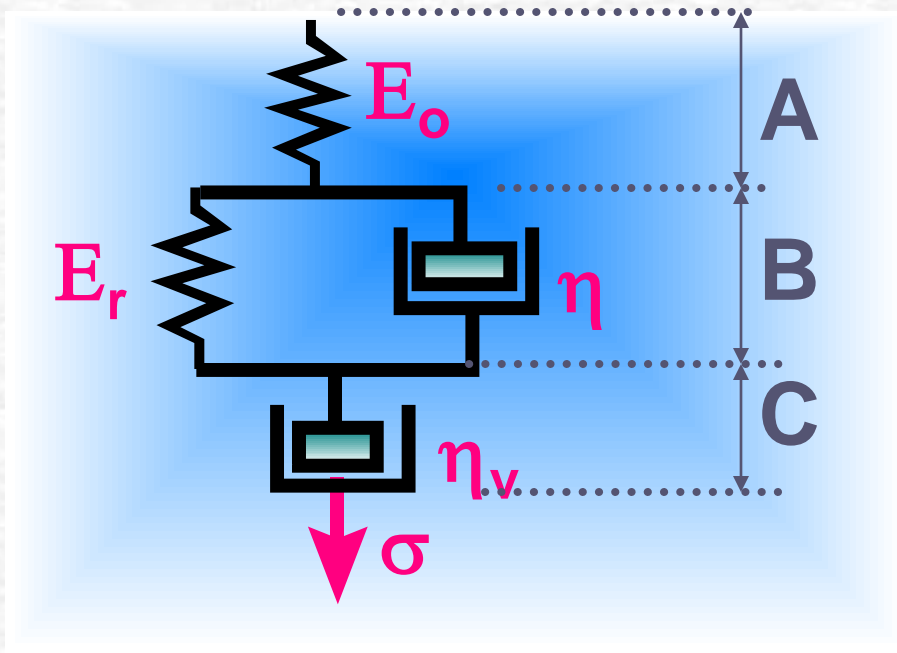
Model Kelvina c.d.

- Nie jest wystarczająco ogólny dla przewidywania lepko-sprężystego zachowania materiału pod obciążeniem
- Na przykład, poddany stałemu odkształceniu, nie wykazuje relaksacji naprężeń:



- Dlatego wykorzystuje się w praktyce model zwany **4-ELEMENTOWYM MODELEM BURGERSA**

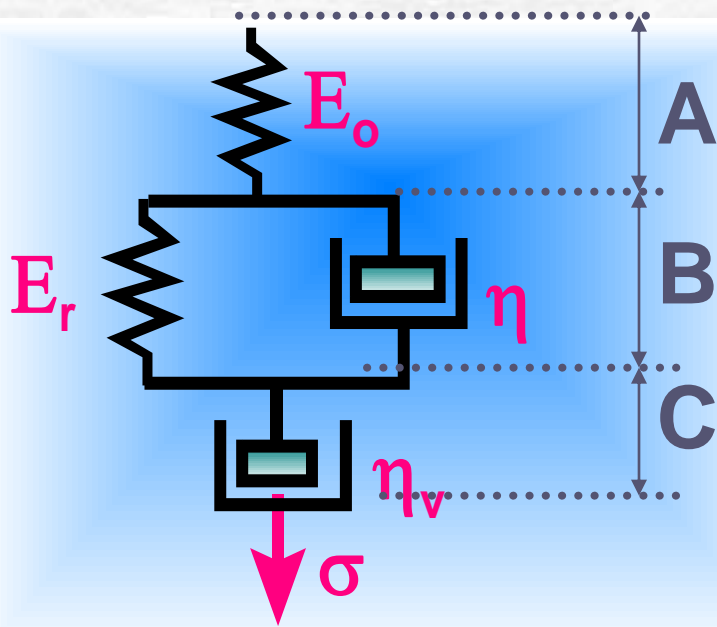
4-Elementowy Model Burgersa - pełzanie



$$\varepsilon = \varepsilon_A + \varepsilon_B + \varepsilon_C$$

$$\sigma = \sigma_A = \sigma_B = \sigma_C$$

4-Elementowy Model Burgersa – c.d.



$$\varepsilon = \varepsilon_A + \varepsilon_B + \varepsilon_C$$

$$\sigma = \sigma_A = \sigma_B = \sigma_C$$

$$\sigma_A = E_0 \varepsilon_A$$

Natychmiastowe odkształcenie sprężyste

$$\sigma_B = E_r \varepsilon_B + \eta \dot{\varepsilon}_B$$

Opóźnione odkształcenie sprężyste

$$\sigma_C = \eta_v \dot{\varepsilon}_C$$

Przepływ Newtonowski

4-Elementowy Model Burgersa – c.d.

Równanie różniczkowe opisujące zachowanie liniowego lepko-sprężystego materiału

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{\dot{\varepsilon}}{T_{\text{ret}}} = \frac{1}{E_0} \left[\ddot{\sigma} + \left(\frac{E_0}{\eta} + \frac{E_0}{\eta_v} + \frac{1}{T_{\text{ret}}} \right) \dot{\sigma} + \left(\frac{E_0}{T_{\text{ret}} \eta_v} \right) \sigma \right]$$

Nagle materiał obciążono:

$$\sigma = \sigma_0 = \text{const at } t=0$$

powyższe równanie redukuje się do:

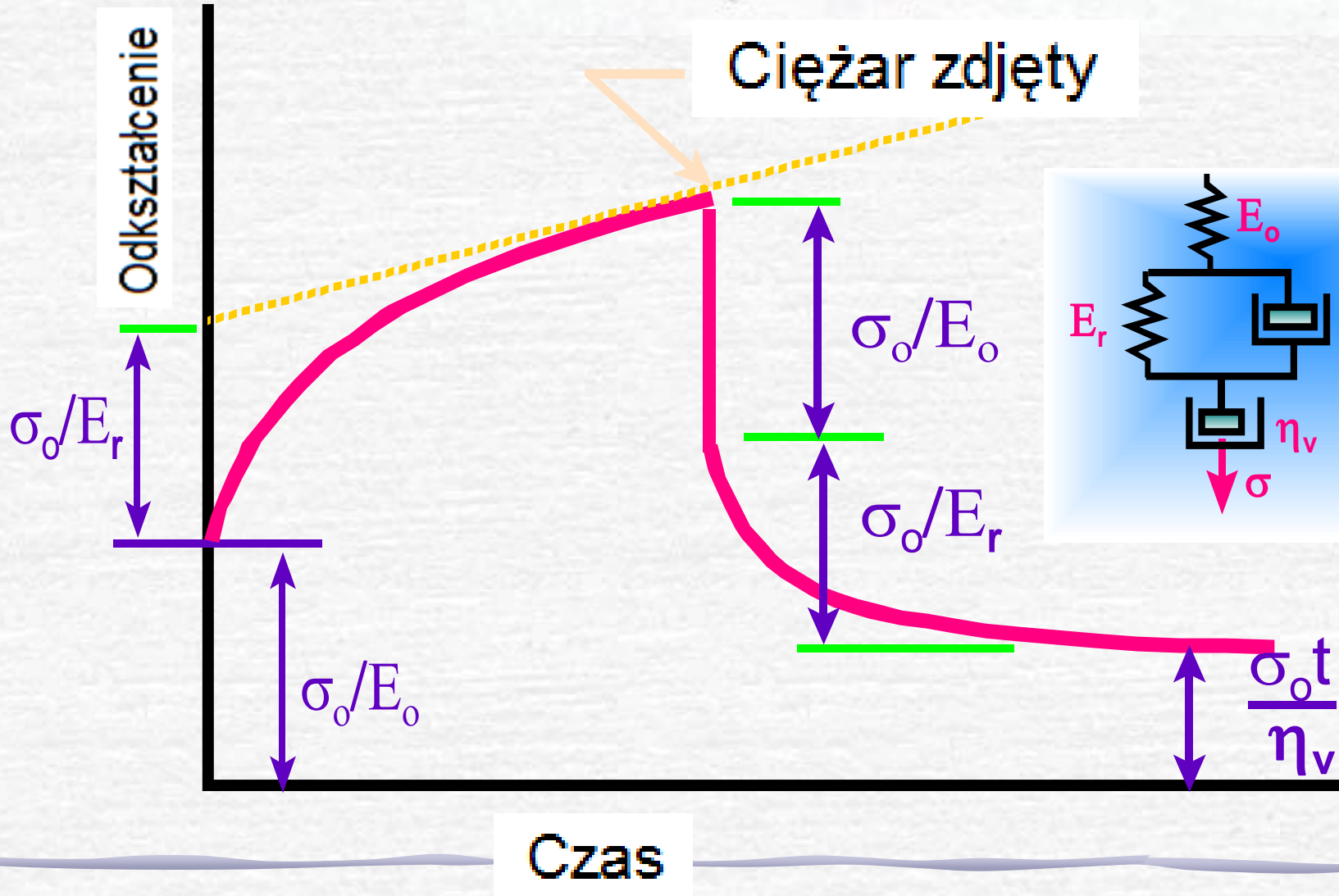
$$\ddot{\varepsilon} + \frac{\dot{\varepsilon}}{T_{\text{ret}}} = \frac{\sigma_0}{T_{\text{ret}} \eta_v}$$

Rozwiązanie:

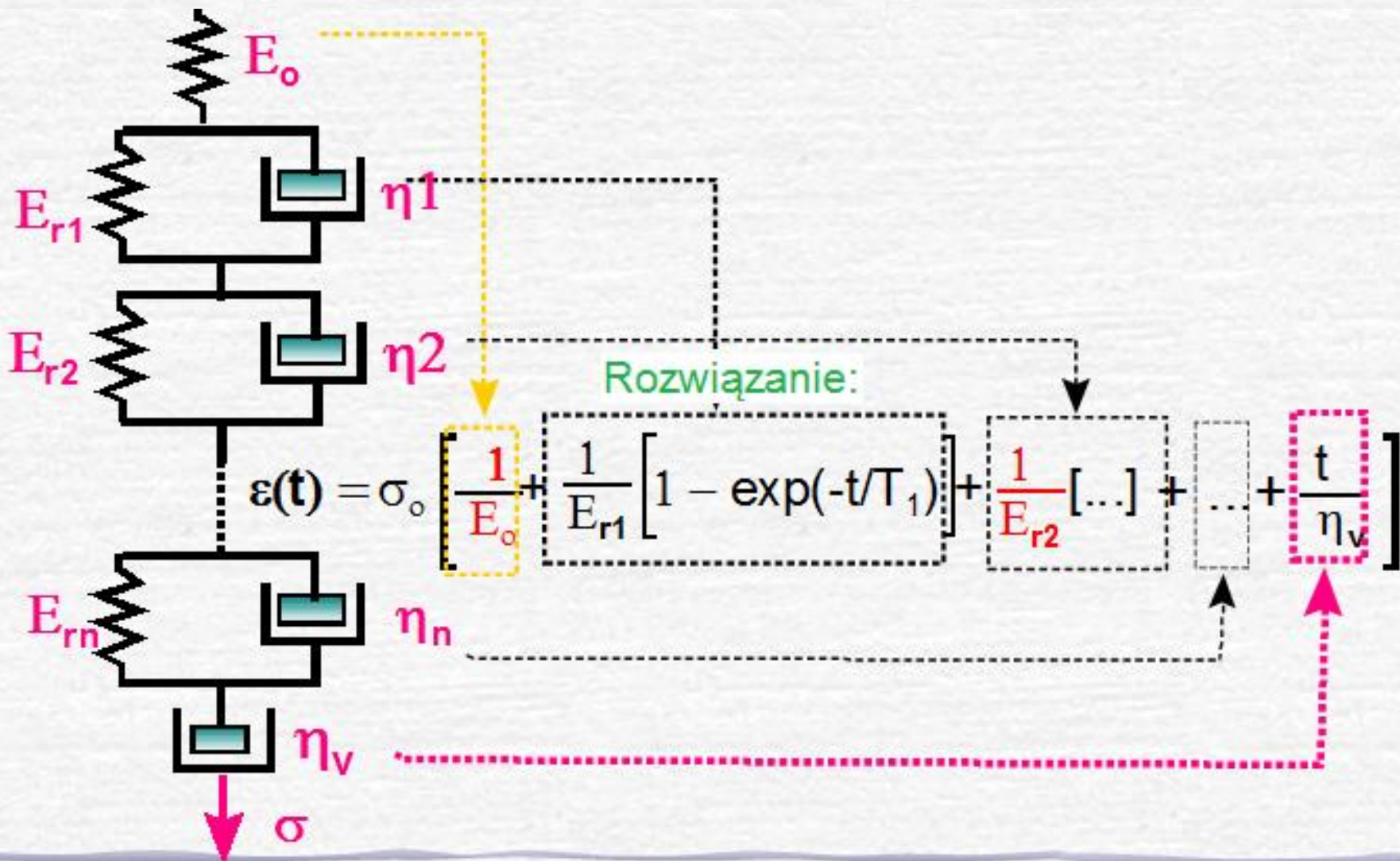
$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} + \frac{\sigma_0}{E_r} \left(1 - e^{-t/T_{\text{ret}}} \right) + \frac{\sigma_0 t}{\eta_v}$$

Pełzanie z odciążeniem

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} + \frac{\sigma_0}{E_r} \left(1 - e^{-t/T_{ret}}\right) + \frac{\sigma_0}{\eta_v} t$$

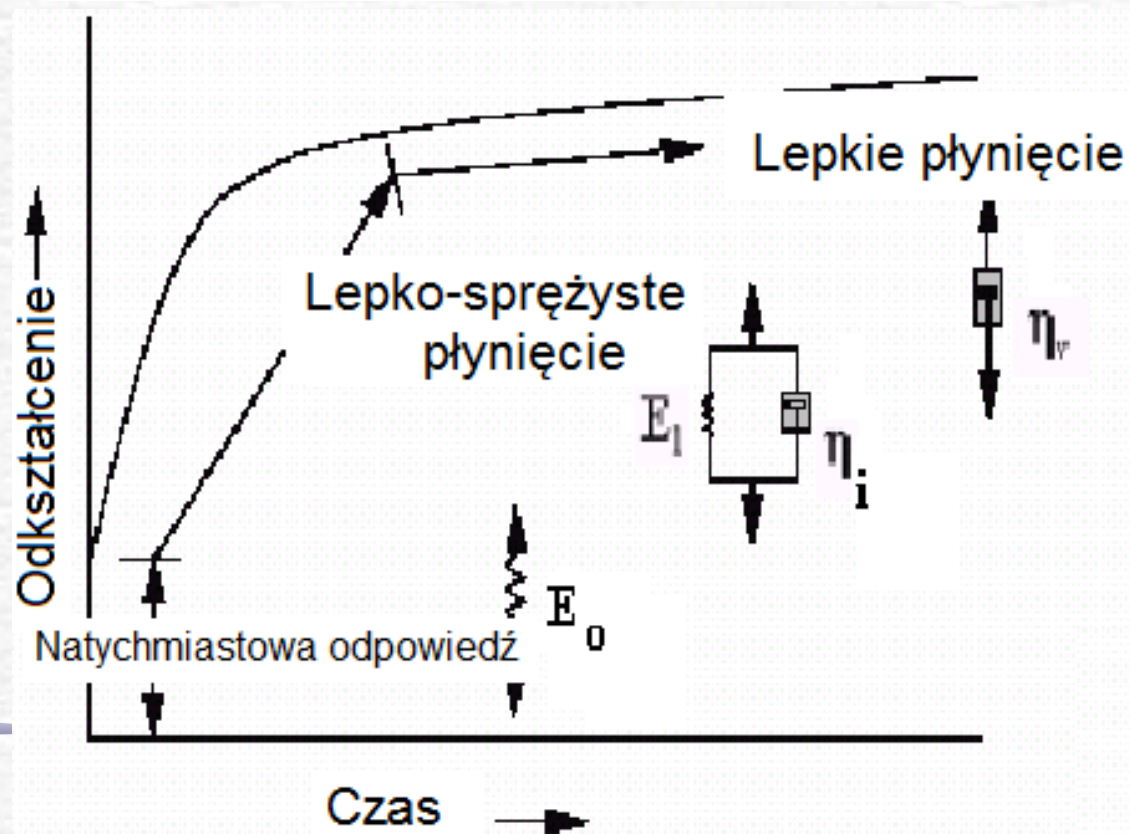


Uogólniony Model Kelvina



Uogólniony Model Kelvina - pełzanie

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left(\frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1} (1 - e^{-t/T_1}) + \frac{1}{E_2} (1 - e^{-t/T_2}) + \dots \right. \\ \left. + \frac{1}{E_n} (1 - e^{-t/T_n}) + \frac{t}{\eta_v} \right)$$

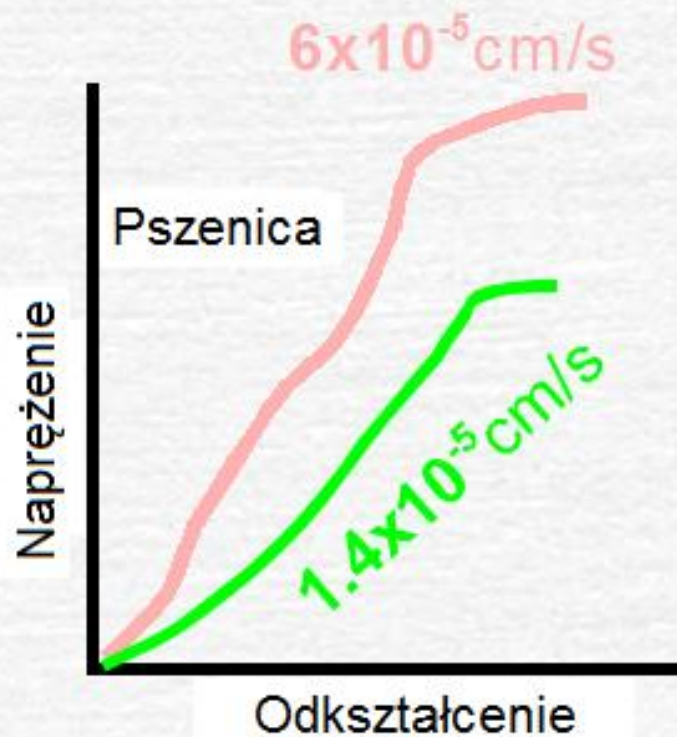
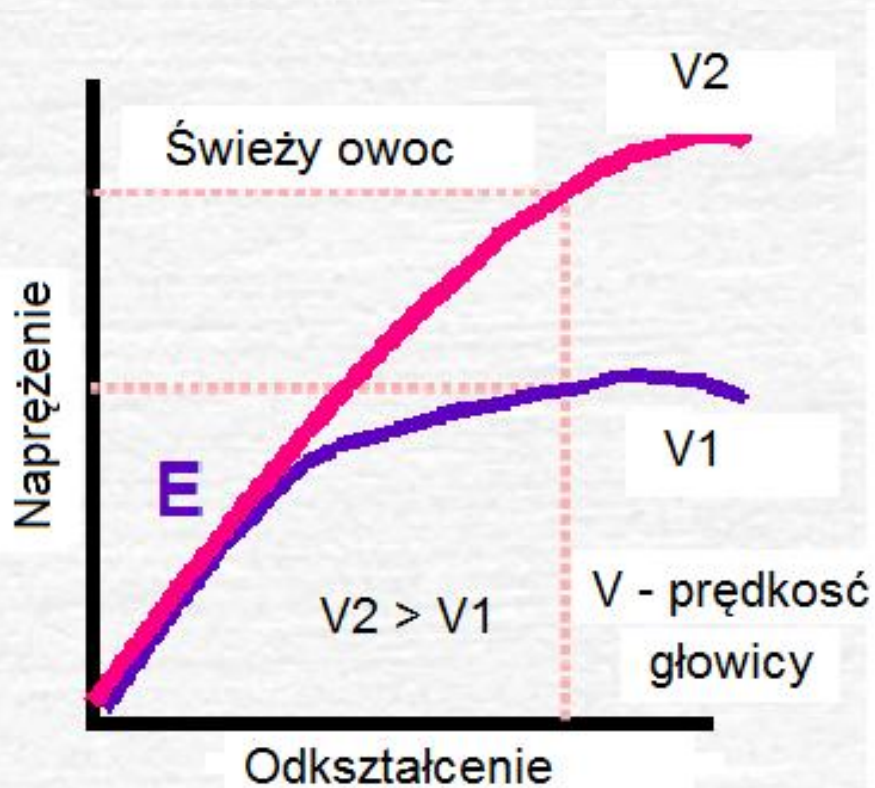


Testy w badaniu lepko-sprężystości

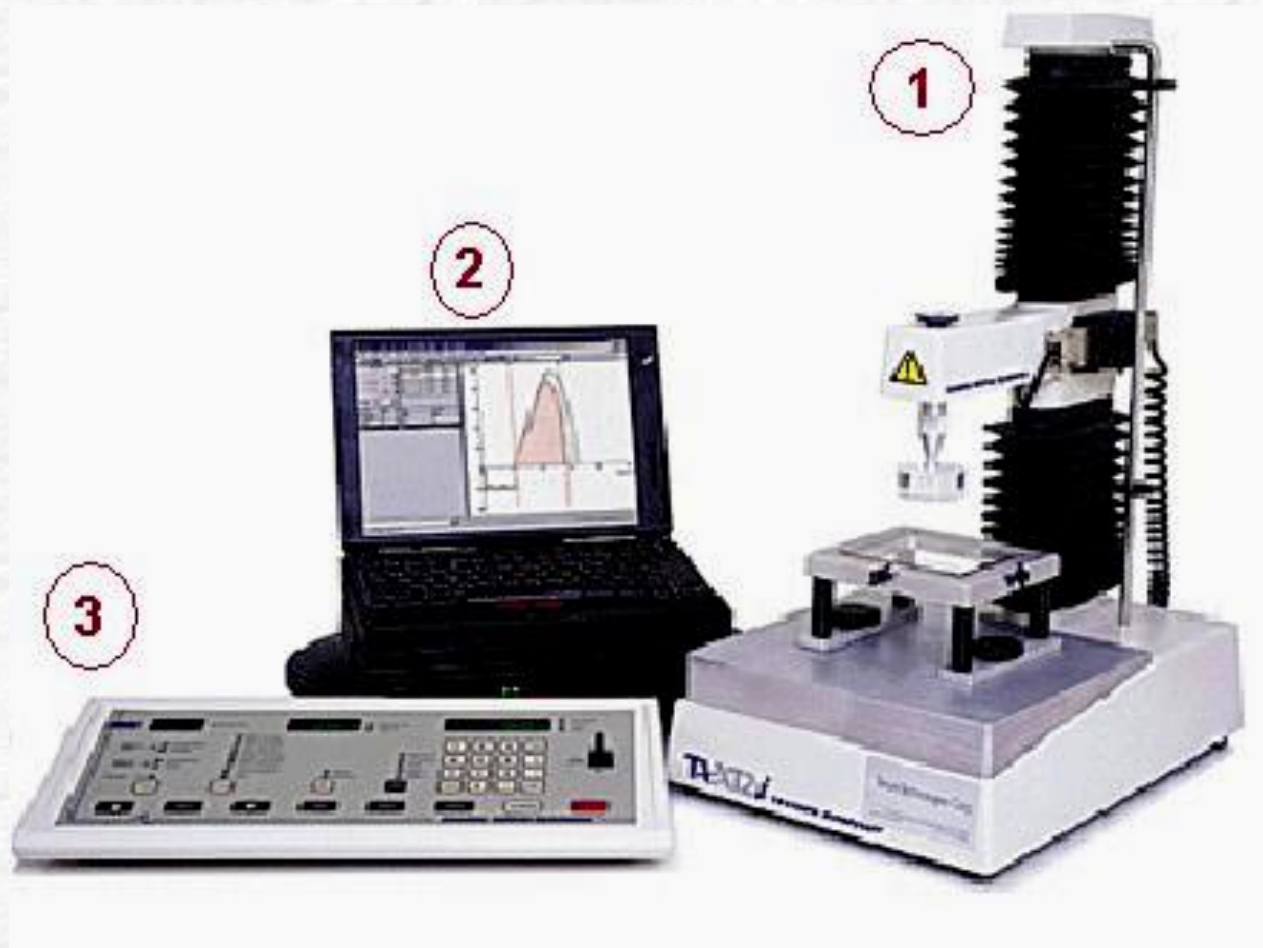
Najważniejsze testy:

- Naprężenie-odkształcenie
- Pełzanie
- Relaksacja naprężeń
- Testy Dynamiczne

Naprężenie-odkształcenie (ściskanie)



Texture analyzer TA.XT2i Stable MicroSystems & Co.



Program rejestrujący (Texture Expert Exceed)

Stable Micro Systems' Texture Expert Exceed - AACC Bread Firmness

File View T.A. Window Help

BREAD.PRJ **Główne okno projektu**

Title AACC Bread Firmness

Files

Report: *\\BREAD.RPT

Results: *\\BREAD.RLT

Average: *\\BREAD.ARC

Max:

Min:

Macro: *\\BREAD.MAC

AACC Bread Firmness

Auto-run on Restart

Help **Restart**

Project Defaults

T.A.Settings Use

Preferences Use

Test Settings

File Security

Private

Protected **Configure**

Public

Cursor

12,105 N

65,775 s

5,774 mm

Step: x 1

Param No. Value

| | | |
|-------|-----|--------|
| Force | 1 | 3554.5 |
| Ratio | 1:2 | 34.7 |

Okno Grafu

Force (g)

Time (sec)

Unregistered Program

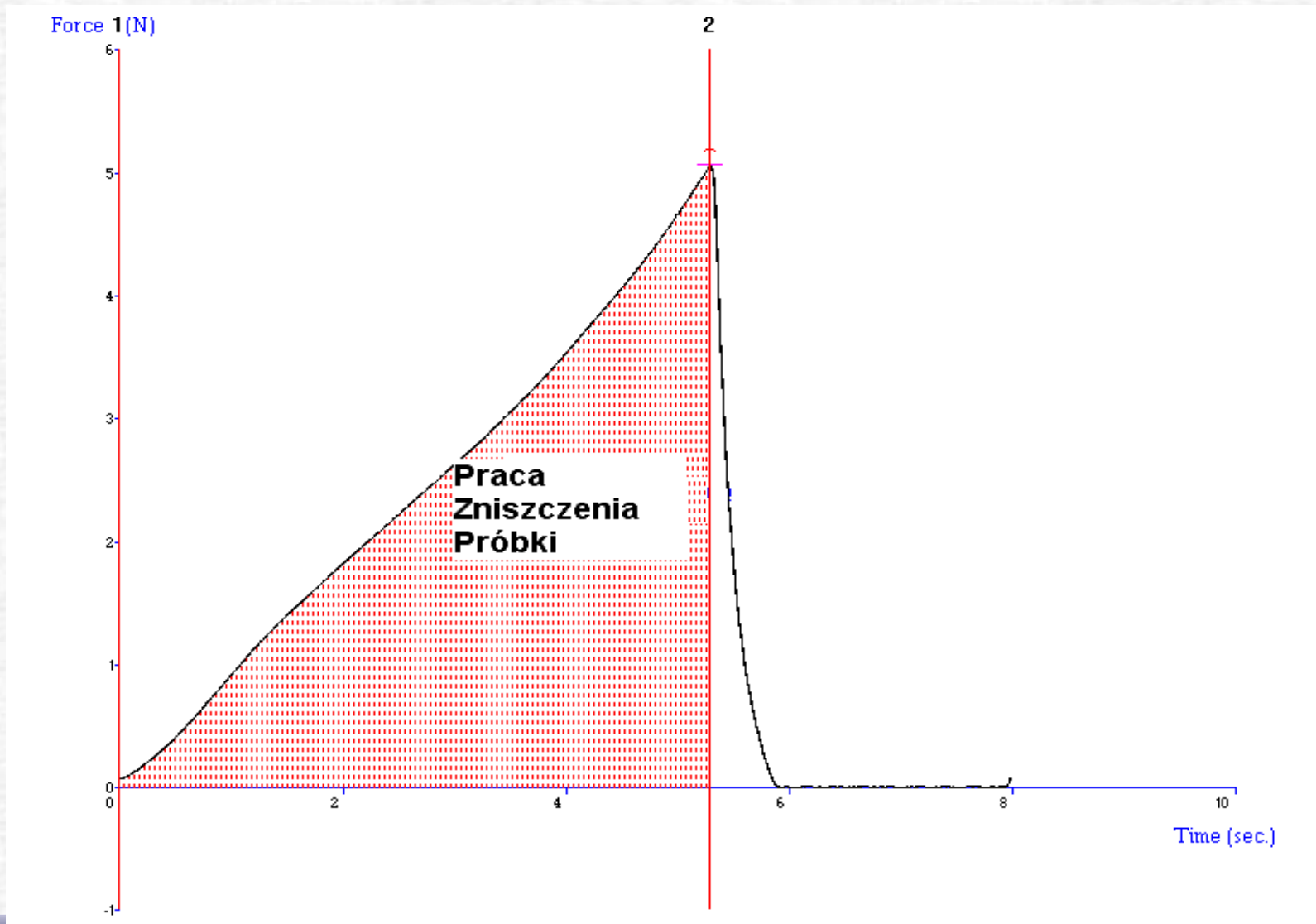
SURIMI.RPT **Okno raportu**

BREAD.RLT **Okno wyników liczbowych**

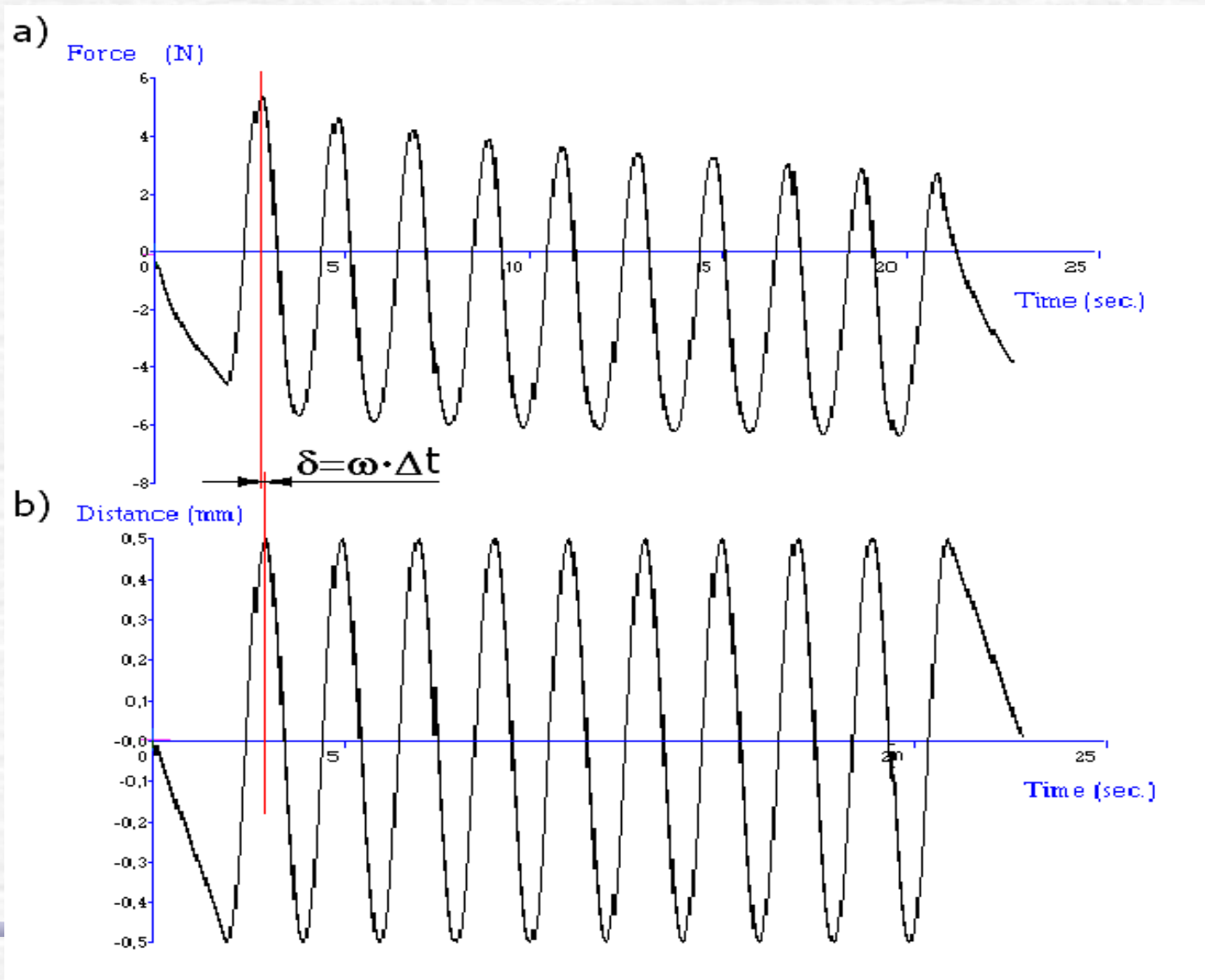
| | D | K | L | M |
|----|-----------|----------|-----------|------------|
| 1 | Batch | Firmness | Ratio 1:2 | Distance 1 |
| 2 | | g | % | mm |
| 3 | | Force 1 | Ratio 1:2 | Distance 1 |
| 5 | Unknown | | | |
| 6 | Unknown | 3554,50 | 34,73 | 5,78 |
| 7 | Unknown | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | Total (F) | 3554,50 | 34,726 | 5,785 |
| 10 | Total (F) | ,0 | ,0 | ,0 |
| 11 | Total (F) | ,0 | ,0 | ,0 |

Anc. 1: 1 Anc. 2: 2 Current User :- ADMIN

Przykładowy wykres testu ściskania



Przykładowy wykres zarejestrowany podczas testu dynamicznego



Koniec



Dziękuję
za
uwagę